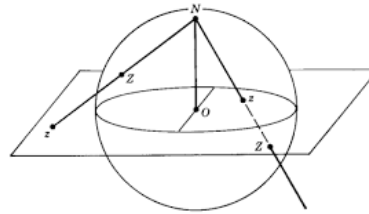
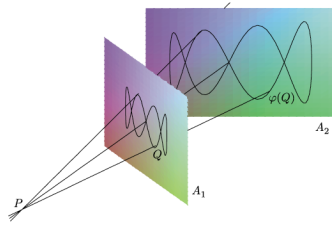


GEOMETRIA LINEAR

(Mestrado)

Objetivos: solidificar o conhecimento da álgebra linear, ensinando a linguagem e os métodos da geometria projetiva e a álgebra multilinear; fornecer um pontapé para o estudo da geometria contemporânea (algébrica, diferencial, complexa etc).



Pré-requisitos: Álgebra Linear, Topologia Geral.

Conteúdo:

- (1) Espaços projetivos: espaços $\mathbb{P}(V)$, $\mathbb{K}\mathbb{P}^n$, subespaços, dimensão, hiperplanos, soma e interseção de subespaços, fórmula de Graßmann, posição geral, referenciais, coordenadas homogêneas, Graßmannianas $\text{Gr}(k, V)$, coordenadas de Plücker, $\text{Gr}(2, \mathbb{K}^4) \cong \text{Gr}(1, \mathbb{P}^3)$.
- (2) Complementos projetivos: espaços afins, projeção estereográfica, $S^1 = \mathbb{R}\mathbb{P}^1$, esfera de Riemann $S^2 = \mathbb{C}\mathbb{P}^1$, coordenadas não homogêneas vs. homogêneas, decomposição celular $\mathbb{P}^n = \mathbb{R}^n \sqcup \mathbb{P}^{n-1}$, $\mathbb{R}\mathbb{P}^3 = \text{SO}(3)$, fecho projetivo e deshomonogeneização.
- (3) DUALIDADE: espaço dual \mathbb{P}^\vee , aniquiladores, dualidade $\text{Gr}(k, \mathbb{P}) \cong \text{Gr}(n-k-1, \mathbb{P}^\vee)$, fórmula de Graßmann, sistemas lineares de hiperplanos, feixes, princípio de dualidade (teoremas de Pascal e Brianchon), teorema de Desargues, planos projetivos abstratos (axiomática, plano de Fano $\text{GP}_2(2)$).
- (4) Transformações projetivas: $\text{GL}(\mathbb{P})$, $\text{PGL}(n, \mathbb{K})$, pontos fixos, projeções centrais, mudança de coordenadas, razão cruzada em $\mathbb{K}\mathbb{P}^1$, uso da razão cruzada para definir a geometria hiperbólica e esférica.
- (5) Quádricas: pontos reais, retas isotrópicas, pontos cíclicos, circunferências, classificação projetiva das cônicas, polaridade, classificação afim das cônicas, diâmetros, centros, assíntotas, eixos, focos, classificação projetiva e afim das superfícies quádricas, feixes de quádricas.
- (6) Álgebra multilinear: álgebra tensorial $\otimes^* V$, formas alternantes, produto wedge e álgebra exterior $\wedge^* V$, forma de volume e orientação, formas decomponíveis, mergulho de Plücker, quádrica de Klein e seus subespaços lineares (α - e β -planos).

Bibliografia

- N.J.Hitchin, Linear geometry, notas de aula, University of Oxford, 1987
- E.Fortuna, R.Frigerio, R.Pardini, Projective Geometry, Springer-Verlag 2016
- A.Alves de Barros, P.de Andrade, Introdução à Geometria Projetiva, SBM 2010
- E.G.Rees, Notes on geometry, Springer-Verlag 1983.

