

## Análise

2007-1

Resolva três entre as quatro questões abaixo.

- Questão 1.** (a) Mostre que um conjunto  $X \subset \mathbb{R}^n$  possui interior vazio se e somente se seu complementar é denso.  
(b) Prove que o conjunto das matrizes de determinante nulo em  $\mathbb{R}^{n^2}$  possui interior vazio.
- Questão 2.** Seja  $f: GL_n(\mathbb{R}) \rightarrow GL_n(\mathbb{R})$  dada por  $f(X) := X^{-1}$ . Calcule  $f''(X)(H, K)$ .
- Questão 3.** Seja  $B$  uma bola aberta em  $\mathbb{R}^n$ . Mostre que existe um difeomorfismo  $f: B \rightarrow B$  que não possui pontos fixos.
- Questão 4.** Enuncie os teoremas conhecidos como "FORMA LOCAL DAS IMERSÕES" e "FORMA LOCAL DAS SUBMERSÕES". Demonstre um deles.